

## Abaku logické řady

Tomáš Krätschmer a Vladimír Tesař

Tento druh úloh je na tvorbu náročnější. Tvorba abaku logických řad vyžaduje od pedagoga větší zkušenost s abaku (od znalosti komb, algoritmu jejich vzniku, až po případnou aplikaci abaku v matematice pro 2.stupeň ZŠ).

Žák nejprve musí objevit algoritmus vzniku předchozích příkladů, poté správně vyplnit prázdná pole. K vyplnění je potřebná znalost aritmetiky daného ročníku.

Jako řešení abaku logické řady vždy volíme kombo (= příklad zahrnující v sobě alespoň další 2 příklady). Někdy se jedná o logickou řadu samých komb. Znalost komb pak samozřejmě pomáhá při samotném duelu k zisku vyššího počtu bodů (výborná motivace).

Níže uvádíme vzorové příklady 30 abaku logických řad i se samotným řešením. Někdy přidáme i aritmetickou zajímavost týkající se dané řady.



## Abaku logická řada č. 1

Typická věková skupina: 7 let (2. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

5	5	1	0
---	---	---	---

..

6	5	1	1
---	---	---	---

6	6	1	2
---	---	---	---

7	6	1	3
---	---	---	---

7	7	1	4
---	---	---	---

8	7	1	5
---	---	---	---

8	8	1	6
---	---	---	---

--	--	--	--

Řešení: Algoritmem je sčítání jednociferných čísel s přechodem přes 10. Sčítanci se postupně zvětšují o 1.

[např.         $5 + 5 = 10$   
               $6 + 5 = 11$   
                   $\vdots$   
               $9 + 8 = 17$  ]

Všimněte si: Příklad 9817 je kombo, obsahuje další 2 příklady:  $9 - 8 = 1$  |  $8 - 1 = 7$ .

Ostatní příklady zahrnují další 1 příklad:      $8715$  ( $8 - 7 = 1$ )  
    $8816$  ( $8 : 8 = 1$ ).

## Abaku logická řada č. 2

Typická věková skupina: 8 let (2. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

2	1	1	1	1	0
---	---	---	---	---	---

..

2	1	1	2	9
---	---	---	---	---

2	1	1	3	8
---	---	---	---	---

2	1	1	4	7
---	---	---	---	---

--	--	--	--	--

2	1	1	6	5
---	---	---	---	---

2	1	1	7	4
---	---	---	---	---

2	1	1	8	3
---	---	---	---	---

Řešení: Algoritmem je odčítání čísel od 11 po 18 od čísla 21.

$$\begin{array}{l} \text{[např.} \quad 21 - 11 = 10 \\ \quad \quad 21 - 12 = 9 \\ \quad \quad \quad \vdots \\ \quad \quad 21 - 15 = 6 \text{ ]} \\ \quad \quad \quad \vdots \end{array}$$

Všimněte si: Všechny takto vzniklé příklady jsou kombi.

Kombo 21156 dále obsahuje:  $11 - 5 = 6$  |  $2 - 1 = 1$  |  $1^2 = 1$  |  $1 + 5 = 6$ .

Každé kombo obsahuje:  $2 - 1 = 1$  |  $1^2 = 1$  | odčítání od 11.

### Abaku logická řada č. 3

Typická věková skupina: 9 let (3. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

Nápověda: Sečíst nebo odečíst?

..

1	1	9	2	0
---	---	---	---	---

2	2	1	8	4	0
---	---	---	---	---	---

3	3	2	7	6	0
---	---	---	---	---	---

4	4	3	6	8	0
---	---	---	---	---	---

5	5	4	5	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---

6	6	5	4	1	2	0
---	---	---	---	---	---	---

7	7	6	3	1	4	0
---	---	---	---	---	---	---

8	8	7	2	1	6	0
---	---	---	---	---	---	---

--	--	--	--	--	--	--

Řešení: Algoritmem je sčítání  $11 \cdot n + 9 \cdot n = 20 \cdot n$  pro  $n = 1, 2, 3, \dots, 9$   
(tedy sčítání stejných násobků čísel 11 a 9)

[např.  $11 + 9 = 20$

$22 + 18 = 40$

⋮

$99 + 81 = 180$ ]

Všimněte si: Kombo 9981180 dále obsahuje:

$99 - 81 = 18 \mid 9 \cdot 9 = 81 \mid 9 - 8 = 1 \mid 81 - 1 = 80 \mid 1^2 = 1$

Pro zajímavost: Každý součet těchto násobků je 10krát větší než jejich rozdíl!



## Abaku logická řada č. 4

Typická věková skupina: 9 let (3. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

1	8	9	2	7
---	---	---	---	---

..

2	7	9	3	6
---	---	---	---	---

3	6	9	4	5
---	---	---	---	---

4	5	9	5	4
---	---	---	---	---

5	4	9	6	3
---	---	---	---	---

6	3	9	7	2
---	---	---	---	---

7	2	9	8	1
---	---	---	---	---

--	--	--	--	--

Řešení: Algoritmem je sčítání násobku čísla 9 s číslem 9.

$$\begin{array}{l} \text{[např.} \quad 18 + 9 = 27 \\ \quad \quad 27 + 9 = 36 \\ \quad \quad \quad \vdots \\ \quad \quad 81 + 9 = 90 \text{ ]} \end{array}$$

Všimněte si: Všechny takto vzniklé příklady jsou kombi.

Kombo 81990 dále obsahuje:  $81 : 9 = 9$  |  $8 + 1 = 9$  |  $1 \cdot 9 = 9$ .

Pro zajímavost: Každé dvojciferné číslo, které je násobkem 9, má ciferný součet 9.

## Abaku logická řada č. 5

Typická věková skupina: 9 let (3. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

9	1	8	9	2
---	---	---	---	---

8	2	7	9	3
---	---	---	---	---

7	3	6	9	4
---	---	---	---	---

6	4	5	9	5
---	---	---	---	---

5	5	4	9	6
---	---	---	---	---

--	--	--	--	--

3	7	2	9	8
---	---	---	---	---

2	8	1	9	9
---	---	---	---	---

Řešení: Algoritmem je odčítání, kde menšeneц je dvojciferné číslo s ciferným součtem 10 a menšítelem je k němu nejbližší menší dvojciferné číslo končící 9.

[např.  $91 - 89 = 2$

$$82 - 79 = 3$$

⋮

$$46 - 39 = 7$$

⋮ ]

Všimněte si: Všechny takto vzniklé příklady jsou kombi.

Kombo 46397 dále obsahuje:  $63 : 9 = 7 \mid 6 + 3 = 9 \mid 3^2 = 9$ .

## Abaku logická řada č. 6

Typická věková skupina: 9 let (3. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

4	1	9	5	0
---	---	---	---	---

..

--	--	--	--	--

4	3	7	5	0
---	---	---	---	---

4	4	6	5	0
---	---	---	---	---

4	5	5	5	0
---	---	---	---	---

4	6	4	5	0
---	---	---	---	---

4	7	3	5	0
---	---	---	---	---

Řešení: Algoritmem je sčítání, kde první sčítanci jsou 41 až 47, druhý dopočítáme do 50.

[např.       $41 + 9 = 50$   
               $42 + 8 = 50$   
               $43 + 7 = 50$   
              :  
              ]

Všimněte si: Příklad 42850 je kombo, obsahuje další 3 příklady:  $4 \cdot 2 = 8$  |  $\sqrt{4} = 2$  |  $2^3 = 8$ .

V některých příkladech řady jsou schovány příklady:  $4 + 3 = 7$  |  $4^3 = 64$ .

## Abaku logická řada č. 7

Typická věková skupina: 9 let (3. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

..

4	1	3	3	8
---	---	---	---	---

5	2	3	4	9
---	---	---	---	---

6	3	3	6	0
---	---	---	---	---

7	4	3	7	1
---	---	---	---	---

8	5	3	8	2
---	---	---	---	---

--	--	--	--	--

Řešení: Algoritmem je odčítání, kde menšenec je dvojciferné číslo s ciferným rozdílem 3 a menšitel je 3.

[např.       $41 - 3 = 38$   
             $63 - 3 = 60$   
                   $\vdots$   
             $96 - 3 = 93$  ]

Všimněte si: Až na 52349 jsou všechny takto vzniklé příklady řady kombi.

Kombo 96393 dále obsahuje:

$$9 - 6 = 3 \mid 6 + 3 = 9 \mid 3^2 = 9 \mid \sqrt{9} = 3 \ .$$

Kombo 85382 obsahuje další 3 příklady, které?

## Abaku logická řada č. 8

Typická věková skupina: 9 let (3. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

7 2 1 7 3

..

□ □ □ □ □

7 6 3 7 9

7 8 4 8 2

8 0 5 8 5

8 2 6 8 8

8 4 7 9 1

Řešení: Algoritmem je sčítání, kde první sčítanec se postupně zvětšuje o 2, druhý o 1.

[např.       $72 + 1 = 73$   
              $74 + 2 = 76$   
              $76 + 3 = 79$   
              $\vdots$       ]

Všimněte si: Příklad 74276 je kombo, obsahuje další 2 příklady:  $42 : 7 = 6$  |  $\sqrt{4} = 2$ .

První a třetí příklad řady obsahuje dělení.

## Abaku logická řada č. 9

Typická věková skupina: 9 let (3. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

3	2	1	2	2	0
---	---	---	---	---	---

4	3	1	3	3	0
---	---	---	---	---	---

5	4	1	4	4	0
---	---	---	---	---	---

6	5	1	5	5	0
---	---	---	---	---	---

7	6	1	6	6	0
---	---	---	---	---	---

--	--	--	--	--	--

Řešení: Algoritmem je odčítání čísel, kde menšeneц je dvojciferné číslo s ciferným rozdílem 1 a menšitel je číslo od 12 do 17 stejně končící jako v menšenci.

[např.       $32 - 12 = 20$   
              $43 - 13 = 30$   
                  $\vdots$   
              $87 - 17 = 70$  ]

Všimněte si: Všechny takto vzniklé příklady jsou kombi.

Kombo 871770 dále obsahuje:  $8 - 7 = 1$  |  $7 \cdot 1 = 7$  |  $1 \cdot 7 = 7$  .

## Abaku logická řada č. 10

Typická věková skupina: 9 let (konec 3. třídy) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

4	5	2	0	2	5
---	---	---	---	---	---

5	5	2	5	3	0
---	---	---	---	---	---

6	5	3	0	3	5
---	---	---	---	---	---

7	5	3	5	4	0
---	---	---	---	---	---

8	5	4	0	4	5
---	---	---	---	---	---

9	5	4	5	5	0
---	---	---	---	---	---

--	--	--	--	--	--

Řešení: Algoritmem je odčítání čísel, kde menšenec je číslo končící 5 a menšitel je součin počtu desítek v menšenci a pětky.

$$\text{[např. } 4 \cdot 5 = 20 \Rightarrow 45 - 20 = 25$$

$$5 \cdot 5 = 25 \Rightarrow 55 - 25 = 30$$

⋮

$$10 \cdot 5 = 50 \Rightarrow 105 - 50 = 55]$$

Všimněte si: Všechny takto vzniklé příklady jsou kombi.

Kombo 1055055 dále obsahuje:  $10 - 5 = 5$  |  $10 \cdot 5 = 50$  |  $5 + 50 = 55$

Pro zajímavost: Takovýchto komb maximálně 15ciferných je přesně 9999!

Např. kombo 215105110 zahrnuje příklady:

$$215 - 105 = 110 \mid 21 \cdot 5 = 105 \mid 15 - 10 = 5 \mid 1 + 510 = 511 \mid 5 + 105 = 110 \mid 1^2 = 1$$

## Abaku logická řada č. 11

Typická věková skupina: 10 let (4. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

1	2	1	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---

2	4	2	2	2	1	1
---	---	---	---	---	---	---

3	6	3	3	3	1	1
---	---	---	---	---	---	---

4	8	4	4	4	1	1
---	---	---	---	---	---	---

6	0	5	5	5	1	1
---	---	---	---	---	---	---

7	2	6	6	6	1	1
---	---	---	---	---	---	---

8	4	7	7	7	1	1
---	---	---	---	---	---	---

--	--	--	--	--	--	--

Řešení: Algoritmem je dělení, kde dělitel je násobek 11 a podíl 11.

Dělenec vypočítáme jako součin dělitele a podílu:

$$[\text{např. } 11 \cdot 11 = 121 \Rightarrow 121 : 11 = 11$$

$$22 \cdot 11 = 242 \Rightarrow 242 : 22 = 11$$

$$\vdots$$

$$88 \cdot 11 = 968 \Rightarrow 968 : 88 = 11]$$

Všimněte si: Všechny takto vzniklé příklady jsou kombi.

Kombo 9688811 dále obsahuje:  $96 - 88 = 8 \mid 88 : 8 = 11 \mid 8 : 8 = 1 \mid 1^2 = 1$ .



Násobit libovolné dvojciferné číslo jedenácti lze z paměti.

Např.  $53 \cdot 11 = 583$  (stačí mezi číslice 5 a 3 napsat jejich součet, tedy 8).

## Abaku logická řada č. 12

Typická věková skupina: 10 let (4. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

2	9	1	1	3	1	9
---	---	---	---	---	---	---

3	8	1	1	4	1	8
---	---	---	---	---	---	---

4	7	1	1	5	1	7
---	---	---	---	---	---	---

5	6	1	1	6	1	6
---	---	---	---	---	---	---

6	5	1	1	7	1	5
---	---	---	---	---	---	---

7	4	1	1	8	1	4
---	---	---	---	---	---	---

8	3	1	1	9	1	3
---	---	---	---	---	---	---

--	--	--	--	--	--	--

Řešení: Algoritmem je násobení dvojciferných čísel s ciferným součtem 11 jedenácti. To lze z paměti: Stačí mezi číslice dvojciferného čísla vepsat jejich součet, tedy 11.

2		9
1	1	
3	1	9

3		8
1	1	
4	1	8

	9		2
	1	1	
1	0	1	2

[např.  $29 \cdot 11 = 319$   
 $38 \cdot 11 = 418$   
:  
 $92 \cdot 11 = 1012$  ]

Všimněte si: Všechny takto vzniklé příklady jsou kombi.

Kombo 92111012 dále obsahuje:  $9 + 2 = 11$  |  $2 - 1 = 1$  |  $11 - 10 = 1$  |  
 $1 \cdot 1 = 1$  |  $1^2 = 1$  |  $1^2 = 1$ .

## Abaku logická řada č. 13

Typická věková skupina: 11 let (5. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

Nápověda: Vyjmenuj násobky 11, poté násobky 9.

..

3	4	1	2	7	9	6	2	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---

3	5	2	2	8	8	6	4	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---

3	6	3	2	9	7	6	6	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---

3	7	4	3	0	6	6	8	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---

3	8	5	3	1	5	7	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---

3	9	6	3	2	4	7	2	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---

--	--	--	--	--	--	--	--	--

Řešení: Algoritmem je sčítání  $11 \cdot n + 9 \cdot n = 20 \cdot n$  pro  $n = 32, 33, 34, \dots, 37$   
(tedy sčítání stejných násobků čísel 11 a 9)

[např.  $341 + 279 = 620$

$352 + 288 = 640$

⋮

$407 + 333 = 740$ ]

Všimněte si: Kombo 407333740 dále obsahuje:

$407 - 333 = 74$  |  $40 - 7 = 33$  |  $33 + 7 = 40$

Pro zajímavost: Každý součet těchto násobků je 10krát větší než jejich rozdí!l!

## Abaku logická řada č. 14

Typická věková skupina: 11 let (5. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

Nápověda: Umíš se s druhým spravedlivě rozdělit?

--

--	--	--	--	--

8	4	2	4	2
---	---	---	---	---

7	6	2	3	8
---	---	---	---	---

6	8	2	3	4
---	---	---	---	---

6	0	2	3	0
---	---	---	---	---

5	2	2	2	6
---	---	---	---	---

4	4	2	2	2
---	---	---	---	---

3	6	2	1	8
---	---	---	---	---

Řešení: Algoritmem je dělení čísla, které se postupně zmenšuje o 8, dvěma.

K výpočtu odmocnence využijeme vzorce:

[např.  $84 : 2 = 42$

$92 : 2 = 46$ ]

Všimněte si: Kombo 92246 dále obsahuje:  $2 \cdot 2 = 4$  |  $2 + 4 = 6$  |  $2^2 = 4$  .

## Abaku logická řada č. 15

Typická věková skupina: 11 let (5. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

Nápověda: Umíš se s dalšími třemi kamarády spravedlivě rozdělit?

..

4	4	1
---	---	---

2	0	4	5
---	---	---	---

3	6	4	9
---	---	---	---

--	--	--	--	--

6	8	4	1	7
---	---	---	---	---

8	4	4	2	1
---	---	---	---	---

1	0	0	4	2	5
---	---	---	---	---	---

1	1	6	4	2	9
---	---	---	---	---	---

Řešení: Algoritmem je dělení čísla, které se postupně zvětšuje o 16, čtyřmi.

[např.  $20 : 4 = 5$

$36 : 4 = 9$

$52 : 4 = 13$ ]

⋮

Všimněte si: Kombo 52413 dále obsahuje:  $2^2 = 4 \mid 4 - 1 = 3$ .

Toto kombo nebo také 52134 využívají číslic 1,2,3,4 a 5.

## Abaku logická řada č. 16

Typická věková skupina: 11 let (5. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

1 9 1 9 1

..

2 9 2 1 8 4

4 9 4 3 7 6

5 9 5 4 7 5

6 9 6 5 7 6

7 9 7 6 7 9

8 9 8 7 8 4

9 9 9 8 9 1

Řešení: Algoritmem je násobení jednociferného čísla číslem o 90 větším.

[např.  $1 \cdot 91 = 91$

$2 \cdot 92 = 184$

$$3 \cdot 93 = 279$$

:            ]

Všimněte si: Kombo 393279 dále obsahuje:

$$39 - 32 = 7 \mid 3^2 = 9 \mid \sqrt{9} = 3 \mid 3^3 = 27 \mid 2 + 7 = 9$$

Příklad 292184 je také kombo, dále obsahuje:

$$29 - 21 = 8 \mid 9 \cdot 2 = 18$$

Pro zajímavost: Kombo 393279 srovnej s kombem 393271.

## Abaku logická řada č. 17

Typická věková skupina: 11 let (5. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

9	9	8	1
---	---	---	---

9	1	8	1	6	2
---	---	---	---	---	---

9	2	7	2	4	3
---	---	---	---	---	---

9	3	6	3	2	4
---	---	---	---	---	---

9	4	5	4	0	5
---	---	---	---	---	---

9	5	4	4	8	6
---	---	---	---	---	---

9	6	3	5	6	7
---	---	---	---	---	---

--	--	--	--	--	--

Řešení: Algoritmem je násobení čísla 9 s jeho násobkem. Využijeme asociativity.

[např.  $9 \cdot 9 = 81$

$$9 \cdot 18 = 9 \cdot (10 + 8) = 9 \cdot 10 + 9 \cdot 8 = 90 + 72 = 162 \text{ nebo } 9 \cdot (20 - 2)$$

:

$$9 \cdot 72 = 9 \cdot (70 + 2) = 630 + 18 = 648]$$

Všimněte si: Všechny takto vzniklé příklady jsou kombi (platí pro 2. až 9. násobky 9).

Kombo 972648 dále obsahuje:  $9 - 7 = 2$  |  $72 - 64 = 8$  |  $\sqrt{64} = 8$ .

## Abaku logická řada č. 18

Typická věková skupina: 11 let (5. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

2	1	2	1	1
---	---	---	---	---

6	2	3	1	2
---	---	---	---	---

1	2	3	4	1	3
---	---	---	---	---	---

2	0	4	5	1	4
---	---	---	---	---	---

3	0	5	6	1	5
---	---	---	---	---	---

--	--	--	--	--	--

5	6	7	8	1	7
---	---	---	---	---	---

Řešení: Algoritmem je dělení, kde dělitel se postupně zvětšuje o 10 a podíl se postupně zvětšuje o 1. Dělenec vypočítáme jako součin dělitele a podílu:

[např.  $21 \cdot 1 = 21 \Rightarrow 21 : 21 = 1$

$31 \cdot 2 = 62 \Rightarrow 62 : 31 = 2$

$\vdots$

$71 \cdot 6 = 426 \Rightarrow 426 : 71 = 6$  ]

Všimněte si: Všechny takto vzniklé příklady jsou kombi.

Kombo 426716 dále obsahuje:  $42 : 6 = 7$  |  $4 + 2 = 6$  |  $\sqrt{4} = 2$  |  $7 - 1 = 6$  .

## Abaku logická řada č. 19

Typická věková skupina: 11 let (5. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

3	1	1	3	1	8
---	---	---	---	---	---

--	--	--	--	--	--

5	3	1	5	3	8
---	---	---	---	---	---

6	4	1	6	4	8
---	---	---	---	---	---

7	5	1	7	5	8
---	---	---	---	---	---

8	6	1	8	6	8
---	---	---	---	---	---

9	7	1	9	7	8
---	---	---	---	---	---

Řešení: Algoritmem je odčítání, kde menšenec má ciferný rozdíl 2 a menšitel je číslo od 13 do 19 (Číslice na místě desítek v menšenci je stejná jako na místě jednotek v menšiteli).

[např.  $31 - 13 = 18$

$42 - 14 = 28$

:]

Všimněte si: Téměř všechny takto vzniklé příklady jsou kombi.

Kombo 421428 dále obsahuje:



$$42 \cdot 1 = 42 \mid 2 \cdot 14 = 28 \mid \sqrt{4} = 2 \mid 4 \cdot 2 = 8 \mid \sqrt{4} = 2 \mid 2^3 = 8 .$$

Každý příklad řady obsahuje násobení dvojciferného čísla jedničkou.

## Abaku logická řada č. 20

Typická věková skupina: 14 let (8. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

Nápověda: Využij vzorce  $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

..

2	1	1	9	3	9	9
---	---	---	---	---	---	---

3	1	2	9	8	9	9
---	---	---	---	---	---	---

4	1	3	9	1	5	9	9
---	---	---	---	---	---	---	---

5	1	4	9	2	4	9	9
---	---	---	---	---	---	---	---

6	1	5	9	3	5	9	9
---	---	---	---	---	---	---	---

7	1	6	9	4	8	9	9
---	---	---	---	---	---	---	---

8	1	7	9				
---	---	---	---	--	--	--	--

9	1	8	9				
---	---	---	---	--	--	--	--

Řešení: Algoritmem je součin dvojciferných čísel, z nichž první činitel je o 1 větší než násobek čísla 10 a druhý činitel je o 1 menší než stejný násobek čísla 10.

[např.  $21 \cdot 19 = (20 + 1) \cdot (20 - 1) = 20^2 - 1^2 = 400 - 1 = 399$

⋮

$81 \cdot 79 = (80 + 1) \cdot (80 - 1) = 80^2 - 1^2 = 6400 - 1 = 6399$

$$91 \cdot 89 = (90 + 1) \cdot (90 - 1) = 90^2 - 1^2 = 8100 - 1 = 8099]$$

Všimněte si: kombo 81796399 dále obsahuje:

$$8 - 1 = 7 \mid 7 \cdot 9 = 63 \mid 96 + 3 = 99 \mid 9 - 6 = 3 \mid 6 + 3 = 9; 3^2 = 9$$

## Abaku logická řada č. 21

Typická věková skupina: 14 let (8. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

Nápověda: Využij vzorce  $(a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2$

..

8	1	2	9	6			
1	8	2	2	3	9	6	
2	8	3	2	8	9	6	
3	8	4	2	1	5	9	6
4	8	5	2	2	4	9	6
5	8	6	2	3	5	9	6
6	8	7	2				
7	8	8	2	6	3	9	6

Řešení: Algoritmem je součin čísel, z nichž první činitel je o 2 menší než násobek čísla 10 a druhý činitel je o 2 větší než stejný násobek čísla 10.

[např.  $8 \cdot 12 = (10 - 2) \cdot (10 + 2) = 10^2 - 2^2 = 100 - 4 = 96$

⋮

$$68 \cdot 72 = (70 - 2) \cdot (70 + 2) = 70^2 - 2^2 = 4900 - 4 = 4896]$$

Všimněte si: kombo 68724896 dále obsahuje:  $2 \cdot 48 = 96$  |  $2 \cdot 4 = 8$  |  $2^2 = 4$ .

## Abaku logická řada č. 22

Typická věková skupina: 14 let (8. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

Nápověda: Využij vzorce  $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

..

2	3	1	7	3	9	1
---	---	---	---	---	---	---

3	3	2	7	8	9	1
---	---	---	---	---	---	---

4	3	3	7	1	5	9	1
---	---	---	---	---	---	---	---

5	3	4	7	2	4	9	1
---	---	---	---	---	---	---	---

6	3	5	7	3	5	9	1
---	---	---	---	---	---	---	---

7	3	6	7	4	8	9	1
---	---	---	---	---	---	---	---

8	3	7	7				
---	---	---	---	--	--	--	--

9	3	8	7	8	0	9	1
---	---	---	---	---	---	---	---

Řešení: Algoritmem je součin dvojciferných čísel, z nichž první činitel je o 3 větší než násobek čísla 10 a druhý činitel je o 3 menší než stejný násobek čísla 10.

[např.  $23 \cdot 17 = (20 + 3) \cdot (20 - 3) = 20^2 - 3^2 = 400 - 9 = 391$

$$\vdots$$

$$83 \cdot 77 = (80 + 3) \cdot (80 - 3) = 80^2 - 3^2 = 6400 - 9 = 6391]$$

Všimněte si: kombo 83776391 dále obsahuje:

$$83 - 77 = 6 \mid 6 + 3 = 9 \mid 3^2 = 9 .$$

## Abaku logická řada č. 23

Typická věková skupina: 14 let (8. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

Nápověda: Využij vzorce  $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

..

2	5	1	5	3	7	5
---	---	---	---	---	---	---

3	5	2	5	8	7	5
---	---	---	---	---	---	---

4	5				7	5
---	---	--	--	--	---	---

5	5	4	5	2	4	7	5
---	---	---	---	---	---	---	---

6	5	5	5	3	5	7	5
---	---	---	---	---	---	---	---

7	5	6	5	4	8	7	5
---	---	---	---	---	---	---	---

8	5	7	5	6	3	7	5
---	---	---	---	---	---	---	---

9	5	8	5	8	0	7	5
---	---	---	---	---	---	---	---

Řešení: Algoritmem je součin dvojciferných čísel, z nichž první činitel je o 5 větší než násobek čísla 10 a druhý činitel je o 5 menší než stejný násobek čísla 10.

$$\begin{aligned}
 \text{[např. } & 25 \cdot 15 = (20 + 5) \cdot (20 - 5) = 20^2 - 5^2 = 400 - 25 = 375 \\
 & \vdots \\
 & 45 \cdot 35 = (40 + 5) \cdot (40 - 5) = 40^2 - 5^2 = 1600 - 25 = 1575]
 \end{aligned}$$

Všimněte si: kombo 45351575 dále obsahuje:  $3 \cdot 5 = 15 \mid 5 \cdot 1 = 5 \mid 5 \cdot 15 = 75$   
 kombo 2515375 dále obsahuje:  $2 + 51 = 53 \mid 5 \cdot 1 = 5$  .

## Abaku logická řada č. 24

Typická věková skupina: 14 let (8. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

Nápověda: Využij vzorce  $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

..

2	1	1	9	3	9	9
---	---	---	---	---	---	---

3	2	2	8	8	9	4
---	---	---	---	---	---	---

4	3	3	7	1	5	9	1
---	---	---	---	---	---	---	---

5							
---	--	--	--	--	--	--	--

6	5	5	5	3	5	7	5
---	---	---	---	---	---	---	---

7	6	6	4	4	8	6	4
---	---	---	---	---	---	---	---

8	7	7	3	6	3	5	1
---	---	---	---	---	---	---	---

9	8	8	2	8	0	3	6
---	---	---	---	---	---	---	---

Řešení: Algoritmem je součin dvojčiferných čísel, z nichž první činitel je  $10(n + 1) + n$

a druhý činitel je  $10(n + 1) - n$  pro  $1, 2, 3, \dots 8$ .

[např.  $21 \cdot 19 = (20 + 1) \cdot (20 - 1) = 20^2 - 1^2 = 400 - 1 = 399$

$$32 \cdot 28 = (30 + 2) \cdot (30 - 2) = 30^2 - 2^2 = 400 - 4 = 396$$

⋮

$$54 \cdot 46 = (50 + 4) \cdot (50 - 4) = 50^2 - 4^2 = 2500 - 16 = 2484]$$

Všimněte si: kombo 54462484 dále obsahuje:

$$46 + 2 = 48 \mid 4 \cdot 6 = 24 \mid 6 - 2 = 4 \mid 2 \cdot 4 = 8 \mid 2^2 = 4 .$$

## Abaku logická řada č. 25

Typická věková skupina: 14 let (8. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

Nápověda: Využij vzorce  $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

..

2	8	1	2	3	3	6
---	---	---	---	---	---	---

3	8	2	2	8	3	6
---	---	---	---	---	---	---

4	8	3	2	1	5	3	6
---	---	---	---	---	---	---	---

5	8	4	2	2	4	3	6
---	---	---	---	---	---	---	---

6	8	5	2	3	5	3	6
---	---	---	---	---	---	---	---

7			2			3	6
---	--	--	---	--	--	---	---

8	8	7	2	6	3	3	6
---	---	---	---	---	---	---	---

9	8	8	2	8	0	3	6
---	---	---	---	---	---	---	---

Řešení: Algoritmem je součin dvojciferných čísel, z nichž první činitel je o 8 větší než násobek čísla 10 a druhý činitel je o 8 menší než stejný násobek čísla 10.

$$\text{[např. } 28 \cdot 12 = (20 + 8) \cdot (20 - 8) = 20^2 - 8^2 = 400 - 64 = 336$$

⋮

$$78 \cdot 62 = (70 + 8) \cdot (70 - 8) = 70^2 - 8^2 = 4900 - 64 = 4836]$$

Všimněte si: kombo 78624836 dále obsahuje:

$$8 - 6 = 2 \mid 24 : 8 = 3 \mid 2 \cdot 4 = 8 \mid 2^2 = 4$$

## Abaku logická řada č. 26

Typická věková skupina: 14 let (8. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

Nápověda: Využij vzorce  $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

..

2	6	1	4	3	6	4
---	---	---	---	---	---	---

3	6	2	4	8	6	4
---	---	---	---	---	---	---

4	6	3	4	1	5	6	4
---	---	---	---	---	---	---	---

5	6						
---	---	--	--	--	--	--	--

6	6	5	4	3	5	6	4
---	---	---	---	---	---	---	---

7	6	6	4	4	8	6	4
---	---	---	---	---	---	---	---

8	6	7	4	6	3	6	4
---	---	---	---	---	---	---	---

9	6	8	4	8	0	6	4
---	---	---	---	---	---	---	---

Řešení: Algoritmem je součin dvojciferných čísel, z nichž první činitel je o 6 větší než násobek čísla 10 a druhý činitel je o 6 menší než stejný násobek čísla 10.

[např.  $26 \cdot 14 = (20 + 6) \cdot (20 - 6) = 20^2 - 6^2 = 400 - 36 = 364$

⋮

$56 \cdot 44 = (50 + 6) \cdot (50 - 6) = 50^2 - 6^2 = 2500 - 36 = 2464]$

Všimněte si: kombo 56442464 dále obsahuje:

$\sqrt[3]{64} = 4 \mid 44 + 2 = 46 \mid \sqrt{4} = 2 \mid 2^2 = 4 \mid 24 : 4 = 6 \mid 2 + 4 = 6 \mid 4^3 = 64$

## Abaku logická řada č. 27

Typická věková skupina: 14 let (8. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

Nápověda: Využij vzorce  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ , tabulky nebo definici druhé mocniny.

..

2	5	0	0	5	0
---	---	---	---	---	---

2	6	0	1	5	1
---	---	---	---	---	---

2	7	0	4	5	2
---	---	---	---	---	---

2	8	0	9	5	3
---	---	---	---	---	---

2	9	1	6	5	4
---	---	---	---	---	---

--	--	--	--	--	--

3	1	3	6	5	6
---	---	---	---	---	---

3	2	4	9	5	7
---	---	---	---	---	---



Řešení: Algoritmem je druhá odmocnina z  $50^2$  až  $57^2$ .

K výpočtu odmocněnce využijeme vzorce:

$$\text{[např. } 51^2 = (50 + 1)^2 = 50^2 + 2 \cdot 50 \cdot 1 + 1^2 = 2500 + 100 + 1 = 2601$$

⋮

$$55^2 = (50 + 5)^2 = 50^2 + 2 \cdot 50 \cdot 5 + 5^2 = 2500 + 100 + 25 = 3025]$$

Všimněte si: Kombo 302555 ( $\sqrt{3025} = 55$ ) dále obsahuje:

$$30 - 25 = 5 \mid 25 : 5 = 5 \mid \sqrt{25} = 5$$

Pozn. 302555 je superčíslo, protože  $30+25=55$

Pro výpočet druhé mocniny čísla končícího pětkou, platí krásný algoritmus (viz.č. 29).

## Abaku logická řada č. 28

Typická věková skupina: 14 let (8. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

Nápověda: Využij vzorce  $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ , tabulky nebo definici druhé mocniny.

..

3	2	1	0	2	4
---	---	---	---	---	---

3	3	1	0	8	9
---	---	---	---	---	---

3	4	1	1	5	6
---	---	---	---	---	---

3	5	1	2	2	5
---	---	---	---	---	---

3	6	1	2	9	6
---	---	---	---	---	---

--	--	--	--	--	--

3	8	1	4	4	4
---	---	---	---	---	---

3	9	1	5	2	1
---	---	---	---	---	---

Řešení: Algoritmem je druhá mocnina čísel od 32 do 39.

K výpočtu její hodnoty využijeme vzorce:

$$\text{[např. } 32^2 = (30 + 2)^2 = 30^2 + 2 \cdot 30 \cdot 2 + 2^2 = 900 + 120 + 4 = 1024$$

⋮

$$37^2 = (40 - 3)^2 = 40^2 - 2 \cdot 40 \cdot 3 + 3^2 = 1600 - 240 + 9 = 1369]$$

Všimněte si: Kombo 371369 ( $37^2 = 1369$ ) dále obsahuje:  $37 - 1 = 36 \mid 3 + 6 = 9$ .

V této logické řadě existují další kombi: 341156 ; při záměně základu mocniny s mocninou (odmocnina) také 108933, 129636.

## Abaku logická řada č. 29

Typická věková skupina: 14 let (8. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí. Aplikuj algoritmus při zapsání dalších příkladů.

Nápověda: Využij krásného algoritmu při výpočtu druhé mocniny čísel končících číslicí 5, tabulky nebo

definici druhé mocniny.

1	5	2	2	5
---	---	---	---	---

2	5	6	2	5
---	---	---	---	---

3	5	1	2	2	5
---	---	---	---	---	---

--	--	--	--	--	--

5	5	3	0	2	5
---	---	---	---	---	---

6	5	4	2	2	5
---	---	---	---	---	---

7	5	5	6	2	5
---	---	---	---	---	---

---

8	5	7	2	2	5
---	---	---	---	---	---

Řešení: Algoritmem je druhá mocnina čísel končících pětkou.

K výpočtu mocniny čísla  $A5^2$  využijeme algoritmu: poslední dvojčíslí 2.mocniny čísla končícího 5 je 25. Před dvojčíslí 25 pak stačí připsat výsledek součinu  $A \cdot (A + 1)$   
[např.  $15^2 = 225$  |  $25^2 = 625$  |  $35^2 = 1225$  |  $45^2 = 2025$  ; ...

Všimněte si: Tato vlastnost platí i pro větší čísla končící pětkou.

Např.  $115^2 = 13225$  (protože  $11 \cdot 12 = 132$ )

$725^2 = 525625$  (protože  $72 \cdot 73 = 5256$ )

- nechat ověřit jiným způsobem umocňování ( $725 \cdot 725$  ; tabulky ; kalkulačka)

Kombo 725525625 navíc obsahuje tyto příklady:

$7 - 2 = 5$  |  $\sqrt{25} = 5$  |  $5 \cdot 5 = 25$  |  $5^2 = 25$  |  $25^2 = 625$  .

### **Abaku logická řada č. 30**

Typická věková skupina: 14 let (8. třída) a starší

Úkol: Najdi algoritmus, kterým vznikají příklady v dané logické řadě. Poté na základě tohoto zjištění

doplň číslice do prázdných polí.

Nápověda: Využij vzorce  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

..

4	4	1	2	1	2	1
---	---	---	---	---	---	---

9	6	1	3	1	3	1
---	---	---	---	---	---	---

1	6	8	1	4	1	4	1
---	---	---	---	---	---	---	---

2	6	0	1	5	1	5	1
---	---	---	---	---	---	---	---

3	7	2	1	6	1	6	1
---	---	---	---	---	---	---	---

5	4	0	1	7	1	7	1
---	---	---	---	---	---	---	---

6	5	6	1	8	1	8	1
---	---	---	---	---	---	---	---

--	--	--	--	--	--	--	--

Řešení: Algoritmem je dělení dvojciferným číslem končícím 1, podílem je stejné číslo jako dělitel. Pro výpočet dělence využijeme vzorce pro druhou mocninu součtu:

[např.  $21^2 = (20 + 1)^2 = 20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 1 + 1^2 = 400 + 40 + 1 = 441$

⋮

$91^2 = (90 + 1)^2 = 90^2 + 2 \cdot 90 \cdot 1 + 1^2 = 8100 + 180 + 1 = 8281$

Všimněte si: Kombo 82819191 dále obsahuje:

$\sqrt[3]{8} = 2 \mid 2^3 = 8 \mid 8 + 1 = 9 \mid 1 \cdot 91 = 91 \mid 9 \cdot 1 = 9 .$